



## WISKUNDE IS (EEN BEETJE) OORLOG

Onder dit motto nodigt de VVWL alle wiskundeleraren uit Vlaanderen en Nederland uit om deel te nemen aan een wiskundewedstrijd. Deze competitie heeft op de eerste plaats als doel het probleemoplossend denken aan te moedigen. De wedstrijd zal vier edities kennen (van 2014 tot 2018 – met een knipoogje naar de herdenking van Wereldoorlog I).

### HET VERLOOP VAN DE WEDSTRIJD (DERDE EDITIE)

De tien opgaven voor het schooljaar 2016-2017 verschijnen in het tijdschrift *Wiskunde & Onderwijs* nr. 168 (oktober 2016), op de website [www.vvwl.be](http://www.vvwl.be) en op het wiskundeblog [www.gnomon.bloggen.be](http://www.gnomon.bloggen.be) van Luc Gheysens (vanaf 1 oktober 2016). Het is de bedoeling bij elke opgave een constante te bepalen.

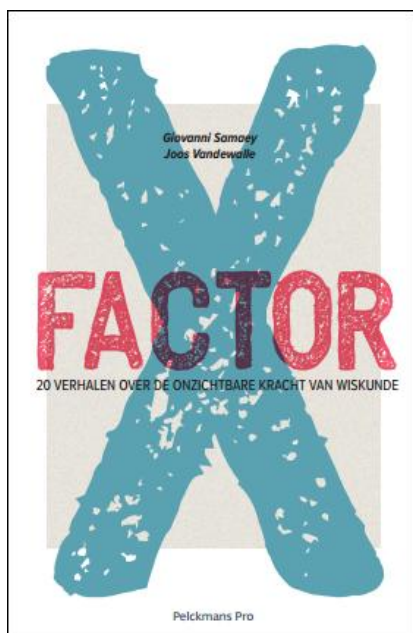
Het vinden van een bewijs voor elk van deze opgaven zien we eerder als een uitdaging voor de leraren en zeker ook voor de leerlingen. Om geldig deel te nemen aan deze derde editie volstaat het VIJF van de TIEN constanten correct te bepalen en de correcte waarden (voorbeeld:  $\sqrt{20}$  of  $2\sqrt{5}$  en niet 4,472... ,  $\sqrt{0,3}$  of  $\sqrt{\frac{3}{10}}$  en niet 0,5477...) in te vullen op het

antwoordformulier. Men hoeft dus niet alle vragen op te lossen en foutieve antwoorden leveren geen negatieve score op. Het antwoordformulier is vanaf 1 oktober 2016 te vinden op de website [www.vvwl.be](http://www.vvwl.be) en op [www.gnomon.bloggen.be](http://www.gnomon.bloggen.be). Het ingevulde deelnemingsformulier dient uiterlijk op 6 december 2016 doorgemailed te worden naar [vvwl1418@gmail.com](mailto:vvwl1418@gmail.com).

Deelname aan deze wedstrijd is gratis.

### PRIJZENPAKKET

Onder alle deelnemers die VIJF van de TIEN constanten correct hebben bepaald worden 5 exemplaren van het nieuwe boek 'De X-factor van wiskunde' (Uitgeverij Pelckmans Pro) verloot. Voor hun boek hebben Giovanni Samaey en Joos Vandewalle – respectievelijk docent en emeritus wiskundige ingenieurstechnieken – twintig voorbeelden uit het leven gegrepen die de waarde en het nut van wiskunde overduidelijk illustreren. Het boek is bedoeld voor de lezer die liever geen formules ziet, maar wel wil weten waar wiskunde zoal opduikt. We verloten meteen ook 10 exemplaren van het kaartspel *De Einsteincode* (Uitgeverij die Keure). Dit is een leerrijk kaartspel voor 2, 3 of 4 spelers (van 10 jaar tot 99 jaar), waarbij men de code van de tegenspelers moet kraken. De winnaars zullen worden bekendgemaakt op de website [www.vvwl.be](http://www.vvwl.be) (januari 2017). De prijzen worden uitgereikt op de jaarvergadering van VVWL op 18 februari 2017 ofwel nadien via de post op het thuisadres van de winnaars bezorgd.



## GENTENAAR WINT DE TWEEDE EDITIE



De Gentenaar Dhr. Antoine Verroken (links) kreeg in het gebouw Emmy Noether van de Universiteit Gent de eerste prijs van de vorige editie overhandigd.

Prof. Dr. Bart De Bruyn (rechts) overhandigde die prijs aan Dhr. Antoine Verroken, die een taaie zoekersvriend is.

Prof. Dr. Bart De Bruyn zelf behaalde in 1991 en 1992 een eerste prijs in de VWO-wedstrijd en zilver in 1992 op de Internationale Wiskunde Olympiade in Moskou.

---

Idee en uitwerking: dr. Luc Gheysens en Daniël Tant.

Met dank aan de sponsors.



### CONSTANTE 21

Beschouw de ellips  $\mathcal{E}$  met als vergelijking

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1.$$

P is een willekeurig punt op  $\mathcal{E}$  verschillend van de toppen  $T_1(-3,0)$  en  $T_2(3,0)$ .

- Als  $m_1$  en  $m_2$  respectievelijk de richtingscoëfficiënten zijn de rechten  $PT_1$  en  $PT_2$ , dan is het product  $m_1 \cdot m_2$  constant. Toon dit aan.
- Hoeveel is die constante?

### CONSTANTE 22

P is een willekeurig punt op de grafiek van de hyperbool met als vergelijking  $y = \frac{1}{x}$ .

De raaklijn in P aan de grafiek snijdt de x-as in A en de y-as in B.

- Toon aan dat de oppervlakte van driehoek OAB (met O de oorsprong van het assenstelsel) constant is, d.w.z. onafhankelijk van de keuze van P.
- Hoeveel is die constante?

### CONSTANTE 23

De eerste twee termen van een rij zijn  $t_1 = 14$  en  $t_2 = 18$ .

De algemene term van die rij is bepaald door

$$t_n = \frac{1 + t_{n-1}}{t_{n-2}}, \text{ met } n > 2.$$

- Toon aan dat de som van elke vijf opeenvolgende termen uit deze rij constant is.
- Hoeveel is die constante?

### CONSTANTE 24

- Als  $\tan \alpha = \frac{10}{r}$ , waarbij r een willekeurig reël getal is verschillend van nul, dan is

$$C = r \sin(2\alpha) - 10 \cos(2\alpha)$$

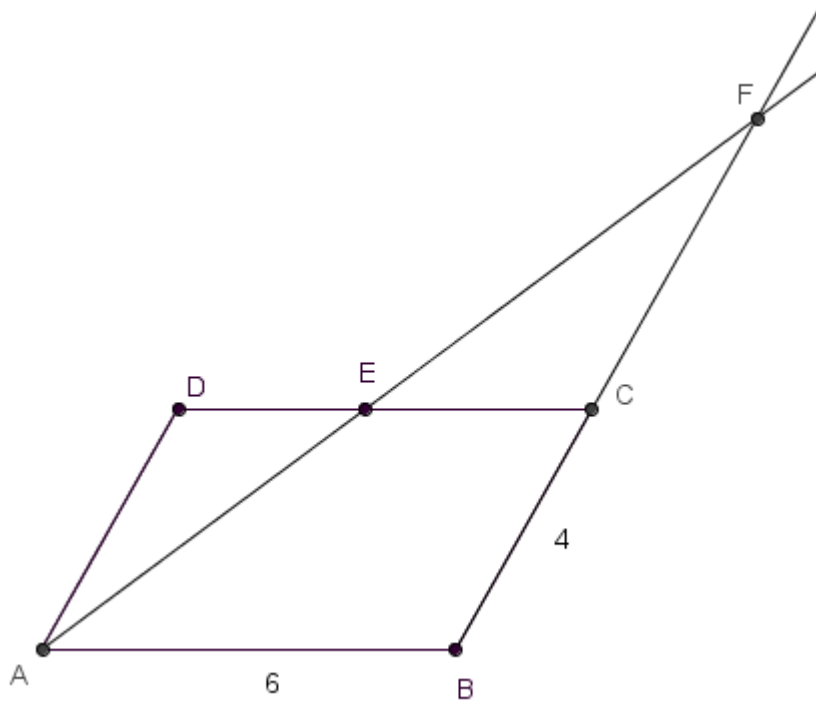
een constante.

- Hoeveel is die constante?

### CONSTANTE 25

De zijden van een parallellogram ABCD hebben lengte 6 en 4 (zie figuur). Een halfrechte met beginpunt A snijdt de zijde [CD] in E en het verlengde van [BC] in F.

- Toon aan dat  $|DE| \cdot |BF|$  constant is, d.w.z. onafhankelijk van de keuze van de halfrechte.
- Hoeveel is die constante?



### CONSTANTE 26

De functie  $f$  is bepaald door het voorschrift

$$f(x) = \cos^2 x - \cos x \cdot \sin(30^\circ + x) + \sin^2(30^\circ + x).$$

- Toon aan dat  $f$  een constante functie is.
- Waaraan is die constante gelijk?

### CONSTANTE 27

Op de cirkel met middelpunt  $O(0,0)$  en straal 5 neemt men de punten  $A(5,0)$  en  $B(3,4)$ .

$P$  is een willekeurig punt op de kleinste cirkelboog die  $A$  met  $B$  verbindt.

$A'$  is de loodrechte projectie van  $P$  op  $OA$  en  $B'$  is de loodrechte projectie van  $P$  op  $OB$ .

- Toon aan dat  $|A'B'|$  constant is, d.w.z. onafhankelijk van de ligging van  $P$ .
- Hoeveel is die constante?

### CONSTANTE 28

Een willekeurige rechte door de oorsprong  $O$  snijdt de grafiek van de functie  $f$  bepaald door  $f(x) = \sqrt{x}$  een tweede keer in het punt  $P$ .  $Q$  is de loodrechte projectie van  $P$  op de  $x$ -as. Noem  $S_1$  de oppervlakte van het gebied tussen de grafiek van  $f$  en de rechte  $OP$  en  $S_2$  de oppervlakte van driehoek  $OPQ$ .

- Toon aan dat de verhouding  $\frac{S_1}{S_2}$  constant is.
- Hoeveel is die constante?

### CONSTANTE 29

$P$  is een willekeurig punt op de hyperbool  $\mathcal{H}$  met als vergelijking

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1.$$

- Toon aan dat het product van de afstanden van  $P$  tot de twee schuine asymptoten van  $\mathcal{H}$  constant is, d.w.z. onafhankelijk van de ligging van  $P$ .
- Hoeveel is die constante?

### CONSTANTE 30

Bij driehoek  $ABC$  is  $|BC| = 8$  en het hoekpunt  $A$  ligt op afstand 4 van de rechte  $BC$ . Met  $a$ ,  $b$  en  $c$  duiden we de lengte aan van de drie zijden van driehoek  $ABC$  en met  $r$  de straal van de omschreven cirkel.

- Toon aan dat  $\frac{abc}{r}$  constant is, d.w.z. onafhankelijk van de ligging van  $A$  op afstand 4 van de rechte  $BC$ .
- Hoeveel is die constante?